

Warum Kinder Schafe und Ziegen zusammenzählen, um das Alter eines Kapitäns zu ermitteln

Was glauben Sie, wie Kinder auf die Aufgabe ‚Auf einem Schiff befinden sich 16 Schafe und 12 Ziegen. Wie alt ist der Kapitän?‘ reagieren? Werden sie sagen, dass man keine Lösung angeben kann? Oder werden sie die 16 und die 12 zusammenzählen und als Antwort ermitteln, dass der Kapitän 28 Jahre alt sei? Wir haben vier ähnliche Aufgaben einmal Kindern eines 3. Schuljahres vorgelegt.¹

- Ein Hirte hat 19 Schafe und 13 Ziegen.
Wie alt ist der Hirte?
- Ein 27 Jahre alter Hirte hat 25 Schafe und 10 Ziegen.
Wie alt ist der Hirte?
- In einer Klasse sind 13 Jungen und 15 Mädchen.
Wie alt ist die Lehrerin?
- Ein Bienenzüchter hat 5 Bienenkörbe mit jeweils 80 Bienen.
Wie alt ist der Bienenzüchter?

ZUM AUSPROBIEREN

Vielleicht haben oder kennen Sie Kinder im Alter von 8 oder 9 Jahren, denen Sie diese Aufgaben vorlegen können.

Beobachten Sie die Kinder und befragen Sie sie dazu, was sie sich überlegen, während sie die Aufgaben bearbeiten.

Bei älteren oder jüngeren Kindern können Sie die Zahlenwerte vereinfachen oder erschweren. Es wird sicherlich interessant sein, Ihre eigenen Beobachtungen auf die folgenden Ausführungen zu beziehen.

Das Kapitänsaufgaben-Phänomen

In unserer Untersuchung berechneten *sämtliche* Schüler bei *allen* Aufgaben ein Ergebnis. Selbst bei der zweiten Aufgabe, in der das Alter des Hirten doch ganz deutlich angegeben worden war, hatten die Kinder addiert oder subtrahiert. Ein Kind beispielsweise, Sebastian, hatte die drei Zahlen addiert ($27 + 25 + 10$), während sein Mitschüler Dennis die ersten beiden zusammengezählt und die dritte davon abgezogen hatte ($27 + 25 - 10$).

Als wir das bemerkten, baten wir die Kinder, sich den Text noch einmal ganz genau durchzule-

sen. Die Kinder sollten merken, dass das Alter des Hirten doch klar erkennbar im Text enthalten war. Aber es kam ganz anders ...

- SEBASTIAN: *Ich weiß es. Ein 27 Jahre alter Hirte, da muss man die 25 noch dazu zählen. Und die 10 Ziegen, die laufen ja nicht weg!*
- FRAGE: Die laufen nicht weg?
- SEBASTIAN: *Ne, hab' ich ja geschrieben!*
- FRAGE: Und was musst du da rechnen?
- SEBASTIAN: *27 plus 25 plus die 10.*
- FRAGE: Weil die Ziegen nicht weglaufen?
- SEBASTIAN: *Ja.*
- FRAGE: Und was meinst du? (ZU DENNIS)
- DENNIS: *Die laufen weg! Der passt da nicht 'drauf auf!*

Sebastian und Dennis gaben allen Ernstes an, dass hinzukommende oder weglaufende Tiere Einfluss auf das Alter des Hirten hätten. Zuvor hatten sie bei der Aufgabe ‚Ein Hirte hat 19 Schafe und 13 Ziegen.‘ ihren Rechenweg wie folgt erklärt: *„Wir haben die Schafe und die Ziegen zusammengezählt. Da kommt dann 'raus, wie alt der Hirte ist!“* Die sonst so aufgeweckten Kinder hatten an diesem Morgen ihren Verstand mit Betreten des Klassenzimmers offenkundig ausgeschaltet.

Dieser Eindruck wird durch weitere Forschungsergebnisse zum Kapitänsaufgaben-Phänomen gestützt. So nahmen an einer anderen Erhebung mehr als 300 Vorschulkinder bzw. Grundschüler teil.² Die Ergebnisse sind aufschlussreich: Während von den Kindergartenkindern bzw. den Erstklässlern nur etwa 10% der Kapitänsaufgaben

‚gelöst‘ wurden, lagen die entsprechenden Prozentsätze bei den Schülern des 2. Schuljahres (etwa 30%) sowie der 3. bzw. 4. Klasse (zwischen 54 und 71 %) ungleich höher.

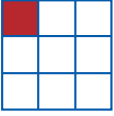
Die Vermutung liegt nahe, dass Mathematik von vielen Schulkindern als eine Art Spiel mit künstlichen Regeln angesehen wird, das keine Beziehungen zur außerschulischen Lebenswirklichkeit aufweist. Dass bestimmte Lösungen mit der Realität oder den Bedingungen einer Aufgabe nicht vereinbar sind, wird von vielen Grundschülerinnen und Grundschülern wohl nicht erkannt.

Eine andere Sichtweise

Jedoch: Ist das wirklich so? Sind die Kinder wirklich ‚geistig umnachtet‘? Oder deuten wir ihr Verhalten nur so? Blenden sie die Bedeutung wirklich aus? Oder konstruieren sie einen anderen Zusammenhang?

Und: Wie würden sich die Kinder verhalten, wenn sie die Aufgaben nicht von Erwachsenen in der Schule, sondern von Gleichaltrigen am Nachmittag gestellt bekämen? Wie würden sie reagieren, wenn man eingangs anmerken würde, einige der Aufgaben seien lösbar, andere allerdings nicht? Oder was würde geschehen, wenn eine unbeteiligte Person den Kindern vorab einige Scherzaufgaben ankündigen würde?

Mit diesen Fragen im Hinterkopf wurden die Aufgaben denselben Kindern einige Wochen später nochmals gestellt. Die Untersuchung wurde also gewissermaßen wiederholt, allerdings unter ver-



änderten Bedingungen. Bevor den Kindern die Aufgaben vorgelegt wurden, wurde ihnen gesagt, dass einige der Aufgaben lösbar sein würden, andere nicht. Außerdem wurde bei der Auswertung bewusst danach geschaut, was die Schülerinnen und Schüler dazu veranlasste, die Kapitänsaufgaben auszurechnen, und wie sie ihr Vorgehen rechtfertigten.

Tatsächlich sagten nun deutlich mehr Schüler, dass die Aufgaben nicht zu berechnen seien. Vielen Kindern war zudem klar, dass sie die Zahlenangaben eigentlich nicht miteinander verknüpfen durften. Andererseits, so ihre Überlegung, musste die Lösung irgendwo im Text versteckt sein. Denn die Schülerinnen und Schüler hatten gelernt, dass im Mathematikunterricht jede Aufgabe eine Lösung hat: „Eigentlich kann das nicht stimmen. Aber sonst kann man ja nichts rechnen!“ Und wenn dann ein unsinniges Ergebnis herauskam, gaben nicht wenige Kinder es eben an und wiesen – so wie Julia – die Schuld dafür dem Aufgabensteller zu.

LEHRER: Du hast 10 Bleistifte und 20 Buntstifte. Wie alt bist du?

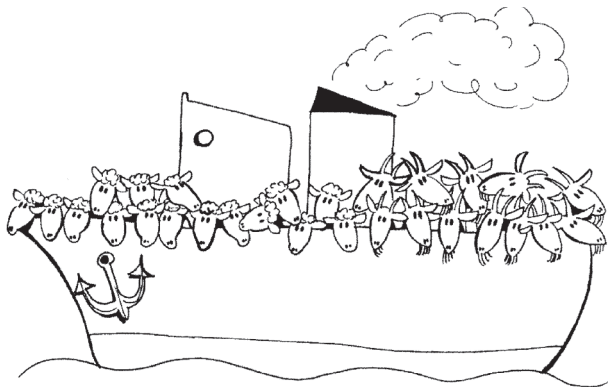
JULIA: 30 Jahre alt!

LEHRER: Aber du weißt doch genau, dass du nicht 30 Jahre alt bist!

JULIA: Ja, klar. Aber das ist nicht meine Schuld. Du hast mir die falschen Zahlen gegeben!

Nicht wenige Kinder versuchten, die Aufgaben in einen anderen Zusammenhang zu stellen. Dabei entwickelten sie zum Teil sehr kreative ‚Rechtfertigungen‘ dafür, dass sie ein Ergebnis errechneten:

- *Der Hirte hat in jedem Jahr, das er gelebt hat, ein Schaf oder eine Ziege zum Geburtstag geschenkt bekommen.*
- *Der Hirte konnte sich nie merken, wie alt er denn nun ist. Deshalb hat er sich für jedes Lebensjahr ein Tier gekauft. Wenn er wissen will, wie alt er ist, muss er nur noch seine Tiere zählen.*
- *In der Aufgabe ist es halt so, dass der Hirte genauso viele Tiere hat, wie er alt ist. Kann doch sein!*
- *Wenn man Geburtstag hat, dann schenkt man sich halt 30 Rosen oder so was. Der Hirte hat eben 36 Tiere geschenkt bekommen.*
- *Man muss bei der vierten Aufgabe ja was rechnen. Wenn der Hirte 27 Jahre wäre, würde da ja nicht stehen ‚ein 27 Jahre alter‘, sondern ‚ein 27 Jahre junger Hirte‘.*

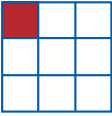


Wie alt ist der Kapitän?

In diese Richtung gehen auch die folgenden Beispiele aus der Schweiz.³ Hier wurde Schülerinnen und Schülern die Frage nach dem Alter des Kapitäns in Form einer sog. Bild-Text-Aufgabe gestellt. Zudem wurden die Kinder gebeten aufzuschreiben, was sie sich bei der Lösung überlegt haben. Was glauben Sie, wie die Schülerinnen und Schüler hier vorgegangen sind? Anders als bei reinen Textaufgaben?

Etwa 2/3 der Kinder suchten im Bild nach Zahlen. Diese verknüpften sie miteinander und kamen so zu ihrer Antwort, die meistens 28 lautete. Als Begründung gaben sie in der Regel an: „Ich habe die Schafe und die Ziegen gezählt.“ Auch diese Schülerinnen und Schüler schienen der Auffassung zu sein, dass im Mathematikunterricht jede Aufgabe eine Lösung hat. Wie kreativ sie allerdings bei dieser Suche nach der ‚richtigen‘ Lösung waren, zeigt die nebenstehende Zusammenstellung einiger Kommentare:

- Ich dachte ein Kapitän ist sicherlich sehr alt. Darum habe ich geschrieben: 100 Jahre alt.
- Ich habe einen Film gesehen und da ist der Kapitän 36 Jahre alt gewesen. Dann habe ich gedacht, dass der Kapitän 36 Jahre alt ist.
- 20 Jahre alt, weil ein Schaf nicht viel älter werden kann.
- Der Kapitän ist 123 Jahre alt; weil wir mit Hundertern rechnen, muss es als Antwort auch eine Zahl mit 100 geben.
- Wenn man Geburtstag hat, schenkt man 30 Rosen oder eben halt 12 Ziegen und 16 Schafe. Dann habe ich es zusammengezählt. Und dann habe ich beschlossen, dass der Kapitän 28 Jahre alt ist. PS: Alles Gute!
- Ich habe zuerst die Tiere gezählt und dann mal 2 gerechnet. Ich habe mir überlegt, wenn es 28 Tiere sind, ist der Kapitän doppelt so alt. Ich finde die Aufgabe ein bisschen komisch, weil da steht ‚Wie alt ist der Kapitän?‘, obwohl gar keiner da ist.
- Ich habe alle Schafe und alle Ziegen zusammengezählt. Und dann bekam ich die Antwort. Aber ich fürchte, dass es eine Scherzfrage ist – sozusagen wie auch alle anderen Aufgaben, die wir in der Schule machen.



Der kompetenzorientierte Blick

Es erweist sich als entscheidender Gesichtspunkt, aus welchem Blickwinkel man die Kinder und ihr Verhalten wahrnimmt. Entweder man orientiert sich vorrangig an ihren *Fehlern* oder primär an ihren *Fähigkeiten*. Beherzigt man Letzteres, so wird deutlich, dass Überlegungen von Schülerinnen und Schülern oft vernünftiger, organisierter und intelligenter sind, als wir es oberflächlich wahrnehmen. Hierzu ein Beispiel:

BEISPIEL

Die fünfjährige Sarah kann schon recht gut zählen. Stolz sagt sie die Zahlwörter bis 95 auf und fährt fort: „96, 97, 98, 99, hundert, einhundert, zweihundert, dreihundert.“
„Nein, nein, das stimmt nicht. So weit kannst du noch nicht zählen. Es heißt hunderteins, hundertzwei, hundertdrei“, wird sie von ihrer Mutter unterbrochen.

Wie Erwachsene auf eigenständige mathematische Gehversuche von Kindern reagieren, das kann prägend sein. Man unterstützt die Kinder am besten, indem man sie und ihr mathematisches Denken ernst nimmt. Daher sollte man zunächst versuchen, ihnen zuzuhören und sie zu verstehen. Das ist besser, als ihnen vorschnell das Richtige vermitteln zu wollen.

Denn so wie Sarah zählen viele Kinder irgendwann einmal. Das heißt aber in der Regel nicht, dass sie in Hunderterschritten (100, 200, 300, ...)

vorgehen. Vielmehr vollbringen sie eine kreative Leistung. Sie übertragen die Regeln für die Bildung der Zahlwörter, die für die Zahlen von 13 bis 99 gelten, auf größere Zahlen. Zuerst werden die Einer gesprochen: acht-und-neunzig, neun-und-neunzig, hundert, ein-und-hundert, zwei-und-hundert, drei-und-hundert usw. Das ‚und‘ lassen die Kinder vermutlich weg, weil sie Wörter wie einhundert, zweihundert usw. schon gehört haben, ein-und-hundert dagegen nicht. Außerdem gibt es bei dreizehn oder vierzehn auch kein ‚und‘.

Ähnliche Beispiele verdanken wir verschiedenen Untersuchungen mit Kindergartenkindern und Schulanfängern. Ihnen wurden geschriebene Zahlen vorgelegt, und sie sollten das zugehörige Zahlwort angeben. Viele von ihnen konnten dieses schon erstaunlich gut. Und auch wenn sie eine falsche Antwort gaben, war diese oft durchaus vernünftig.

vorgelegt	gesagt
10	<i>Einszig</i>
10	<i>Nullzehn</i>
12	<i>Zehnzwei</i>
12	<i>Zweizehn</i>
20	<i>Zweizig</i>
86	<i>Achtundsechzig</i>
110	<i>Elfzig</i>
110	<i>Zehnhundert</i>
125	<i>Fünfundzwanzighundert</i>

Genau so wie diese Antworten kann auch Sarahs Zählen ganz unterschiedlich wahrgenommen, interpretiert und bewertet werden. Wie, das hängt wesentlich von der eigenen Einstellung gegenüber den Kindern ab. Man kann ihr Denken und Lernen vorwiegend *defizitorientiert* sehen. Dabei orientiert man sich hauptsächlich an dem, was richtig ist, und daran, was die Kinder noch lernen müssen. Abweichungen von dieser Norm bewertet man als Defizite. Solche Fehler müssen verbessert oder – noch besser – verhindert werden.

Im Gegensatz dazu kann man auch versuchen, das Denken und Lernen der Kinder bewusst *kompetenzorientiert* wahrzunehmen. Dann interessiert man sich für das, was die Kinder schon können. Man bemüht sich, ihre Denkweisen grundsätzlich als sinnvolles Vorgehen zu verstehen und den Kindern dieses wohlwollende Interesse auch zu signalisieren.

Natürlich sollte man Kindern hier bisweilen auch Erklärungen geben („Die nächste Zahl könnte sicherlich ‚einhundert‘ lauten, aber man hat sich darauf geeinigt, sie hunderteins zu nennen!“). Aber das passiert unter der Voraussetzung, dass bei dem, was in den Ohren der Erwachsenen falsch klingt, zumeist viel richtiges Denken beteiligt ist. Dass das für Erwachsene allerdings nicht immer so aussieht, hat damit zu tun, dass es für sie nicht einfach ist, das Denken und Lernen der Kinder zu verstehen. Die Lehrerin in der nebenstehenden Episode hat diesen Wechsel der Perspektive vollzogen.

BEISPIEL

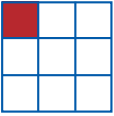
Die Lehrerin versteht

Vor den Zweitklässlern liegt eine Tabelle, in der von links oben nach rechts unten die Zahlen von 1 bis 100 eingetragen worden sind. Die Lehrerin zeigt auf 41, 51, 61 und 71 und fragt, was daran besonders sei. Lina meldet sich: „*Die haben alle dieselbe Vorderzahl!*“

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80

Im ersten Moment ist die Lehrerin überrascht. Hat Lina den Aufbau der Zahlen aus Zehnern und Einern noch nicht richtig verstanden, weiß sie nicht, dass 41 aus vier Zehnern und einem Einer besteht? Ist ihr die Struktur dieser Tabelle unklar? Hat sie nicht aufgepasst? Oder hat sie eine Wahrnehmungsstörung, sodass sie zunächst die Einer und dann die Zehner sieht?

Vielleicht hat sich Lina aber auch etwas Vernünftiges überlegt. Die Lehrerin fragt: „Wie meinst du das?“ – „*Na, erst kommt ein-undvierzig, dann ein-undfünfzig, dann ein-undsechzig, dann ein-undsiebzig. Immer die Eins vorne!*“, sagt Lina ganz selbstverständlich. Und die Lehrerin versteht.



Wie unterschiedlich es wirkt, ob das eigene Denken und Handeln von Anderen defizitorientiert oder kompetenzorientiert wahrgenommen wird, können Sie anhand zweier kleiner Gedankenexperimente leicht nachvollziehen. Stellen Sie sich zunächst vor, Ihnen würde ständig vorgehalten, was Sie im Beruf oder im Alltag alles falsch machen. Das, was Sie gut machen, würde nicht oder nur am Rande erwähnt.

Stellen Sie sich dann vor, Sie würden vorrangig positive Rückmeldungen zu dem bekommen, was Sie gut machen. Dinge, die Sie besser machen könnten, würden ebenfalls angesprochen. Gemeinsam würde schließlich überlegt, wie es insgesamt erfreulicher laufen könnte. Wir sind

uns ziemlich sicher, für welche Art von Rückmeldungen Sie sich entscheiden würden.

In den folgenden drei Kapiteln werden wir diese kompetenzorientierte Perspektive einnehmen und wichtige Merkmale des mathematischen Denkens und Lernens von Kindern darstellen. Dabei werden wir drei Thesen aufstellen und belegen:

→ **Kinder denken anders**

→ **Kinder sind Entdecker**

→ **Fehler sind normal**

Link: www.kira.tu-dortmund.de/beispiele

→ Viele Kinder geben bei der Aufgabe ‚Auf einem Schiff sind 26 Schafe und 10 Ziegen. Wie alt ist der Kapitän?‘ die Antwort ‚36 Jahre alt‘, ohne anzumerken, dass man dessen Alter mit den gegebenen Daten eigentlich nicht ausrechnen kann. Ihr Verstand scheint betäubt zu sein.

→ Viele Kinder wissen aber, dass sie mit der Anzahl der Tiere nicht das Kapitänsalter ermitteln können. Dass sie trotzdem die Antwort ‚36‘ geben, hat damit zu tun, dass sie sich so verhalten, wie es von ihnen erwartet wird: Sie verknüpfen die Zahlenangaben einer Textaufgabe, weil man das in der Schule immer so macht, und sind häufig in der Lage, dieses Verhalten durch kreative Kommentare zu rechtfertigen.

→ Das Kapitänsaufgaben-Phänomen ist ein typisches Beispiel dafür, dass Überlegungen von Kindern häufig sinnvoller sind, als es den Anschein hat. Um das zu erkennen, sollten Erwachsene sich nicht nur an deren Fehlern orientieren, sondern immer auch an deren Fähigkeiten.

**DAS WICHTIGSTE
KOMPAKT**